

מוקד המראה הכדורית

או:

כיצד שרף ארכימדס את אניות הצי הרומי?



א. מראות שהן חלק מכדור

ארכימדס, איש המדע היווני שחי בסיציליה במאה השלישית לפני הספירה, התפרסם כאחד המדענים הדגולים של התקופה ההלניסטית. הוא תרם לכמה תחומים במדע: מכניקה, הידרודינמיקה, אופטיקה ומתמטיקה. סיפורים רבים נרקמו סביב כושר ההמצאה שלו, ואחד מהם מספר על המצור שערכו הרומאים על עירו סירקוז. על פי מקורות היסטוריים, הפעולה המרשימה ביותר של ארכימדס במהלך המצור הרומאי הייתה בניית מראה ענקית ממגיני נחושת מלוטשים. באמצעות מראה זו הצליח ארכימדס לרכז את אור השמש על אניות הצי הרומי ולהבעיר בהן אש. סיפור אמיתי או אגדה? בשנת 1973 שוחזר ביוון מבצעו של ארכימדס. כמאה אנשים הוצבו בחצי מעגל ואחזו בידיהם משטחי מתכת מלוטשים, וכך נוצרה מראה קעורה ענקית. התברר שכאשר ריכזו את אור השמש על דגם סירה שהוכן לצורך הניסוי, היא הוצתה באש. האם זאת הוכחה? ייתכן שלא, אך לפחות זוהי עדות לסבירות הסיפור. כיצד התאפשר הדבר? כבר הזכרנו את הוכחת ארכימדס לחוק ההחזרה. ידע זה יכול היה לאפשר לארכימדס לתכנן ולבנות מראה שתרכז את אור השמש למקום קטן ובכך לגרום לחימום הגוף הנמצא בו. כך, מההסבר של דרך פעולת המראה המישורית יכול היה ארכימדס להבין שמראה זו אינה יכולה לרכז את האור. כדי למקד את האור בגוף המטרה

– אניות הצי הרומי – יש צורך בהחזרת אור ממשטח **עקום**. נתחיל מהמקרה הפשוט. מה קורה אם השטח המחזיר יהווה חלק ממשטח כדורי? ברור כי "מראה כדורית" אינו תיאור מספק. איזה חלק מחזיר את האור, הפנימי או החיצוני? בהתאם נתאר שני סוגים של מראות כדוריות: מראה **קמורה** (כאשר השטח המחזיר הוא חיצוני) ומראה **קעורה** (כאשר השטח המחזיר הוא פנימי) (איור 1–9).

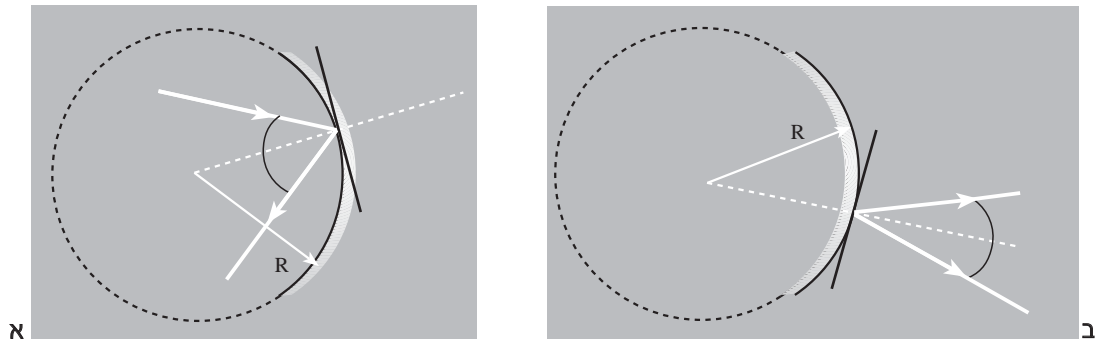
כיצד בא לידי ביטוי חוק ההחזרה – שוויון בין זווית הפגיעה ובין זווית ההחזרה – במשטח עקום? נתחיל מהשוואה

הרחבת המבט



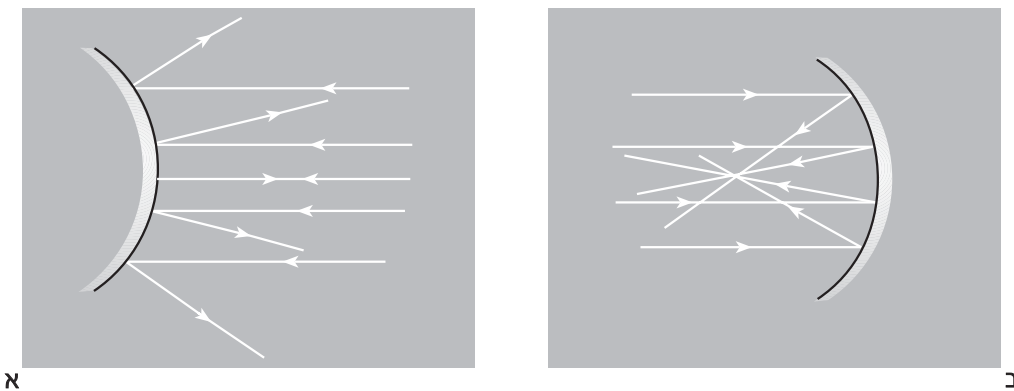
ראוי לציין, כי הסיפור על ארכימדס מתבסס רק על תיאורים מאוחרים יותר, ואין עדויות ישירות מתקופתו. גם אם מדובר באגדה, הרי שניתן ללמוד ממנה כי כבר בתקופה ההיא ידוע היה שמראה קעורה יכולה לרכז את האור, ובמקום הריכוז לגרום לחימום גבוה מאוד.

לכדור הארץ, על אף שאנו חיים על פני כדור אין אנו מרגישים בזאת. בגלל הרדיוס העצום של הארץ בהשוואה לגודל גוף האדם הסביבה נתפסת כמישורית. פירושו של דבר, שבאזור קטן מספיק השטח העקום נראה כמישור. מישור זה משיק לכדור בנקודה מסוימת. את חוק ההחזרה של האור נוכל ליישם ביחס למישור ההשקה. אם נקבע את נקודת הפגיעה של האור כנקודת ההשקה ונעלה אנך למישור, נוכל למדוד את זוויות הפגיעה וההחזרה של האור. ברור שהאנך למישור ההשקה יתלכד עם רדיוס הכדור שהוא משטח המראה.



איור 9-1: מראות כדוריות. השטח המשיק משמש מישור ייחוס לזוויות הפגיעה והחזרה: (א) מראה קעורה – הציפוי המחזיר אור הוא החלק הפנימי של הכדור, (ב) מראה קמורה – הציפוי המחזיר אור הוא החלק החיצוני של הכדור.

למראות הכדוריות תכונות מיוחדות: המראה **הקמורה** מפזרת את האור הפוגע בה ולכן היא מכונה **מפזרת**. המראה **הקעורה** נוטה לרכז את האור, ולכן מכונה – מראה **מרכזת** (איור 9-2). הנקודה שבה המראה מרכזת את אלומת האור מכונה **מוקד** (איור 9-2ב). במושגים של קרני אור ניתן לומר כי קרני אור המקבילות לציר הסימטריה של המראה הקעורה יצטלבו לאחר ההחזרה במוקדה.



איור 9-2: (א) מראה קמורה מפזרת את אלומת האור המקבילה לציר המראה; (ב) מראה קעורה מרכזת את אלומת האור המקבילה לציר המראה. בשני המקרים האור הפוגע במרכז המראה חוזר על עקבותיו.

אפשר, וכפי שיתברר גם חשוב, להגדיר את מושג המוקד גם עבור המראה הקמורה, על אף שהיא מפזרת את האור. מתברר שמראה זו מפזרת את אלומת האור שפוגעת בה במקביל לציר הסימטריה של המראה כך שהאור המוחזר נראה

כנובע מנקודה מאחורי המראה (איור 9-2א). נקודה זאת מוגדרת כ**מוקד** המראה המפזרת. כאן מתבקשת השאלה – האם מוקד המראה כנקודת הצטלבות של כל קרני האור (כמו באיור 9-2ב) אכן קיים? שאלה דומה ניתן לשאול לגבי המשכן של הקרניים במקרה של המראה המפזרת (כמו באיור 9-2א). תחילה נבדוק את המקרים שבהם התשובה היא חיובית ובהמשך נרחיב את הדיון למקרים אחרים. מתברר שכאשר עוקבים אחר האור הפוגע במשטח המראה הכדורית בקרבת ציר הסימטריה שלה (הנקרא "הציר האופטי"), מוקד המראה אכן קיים. קרני האור המייצגות אלומות אלו נקראות **קרניים ציריות**. במקרה של קרניים ציריות קל יותר לבחון את יצירת הדמויות במראה הכדורית. כדי שנוכל להסתפק בקרניים ציריות נבדוק היווצרות דמויות של גופים קטנים יחסית לרדיוס המראה. הגישה הכללית בקביעת מיקום הדמות וגודלה במראות הכדוריות תישאר כמו זו שיישמנו במראה מישורית.



IG

סוגיות למחשבה ולדיון



- מהו ההבדל מבחינת החזר האור בין המראה המישורית ובין המראה הכדורית?
- קבעו היכן מצוי המוקד של כל אחת מהמראות שבאיור 9-2.

ב. מוקד המראה הקמורה

כאשר מקור האור מצוי רחוק מאוד מהמראה, ניתן לומר, כי האור מגיע ממנו אל המראה כאלומה ישרה. במקרה זה אנו אומרים כי המקור מצוי "באינסוף" במובן שמרחק הגוף מהמראה גדול בהרבה מממדי המראה. אז אנו מחשיבים את קרני האור המגיעות מהגוף כמקבילות (איור 9-3). הואיל ואנו עוסקים בעצמים המצויים בסמוך לציר האופטי של המראה, הקרניים תהיינה מקבילות לציר עצמו. כזכור, קרניים אלו נקראות קרניים ציריות.

הרחבת המבט



משמעות המושג "אינסוף" בפיזיקה שונה ממשמעותו של מושג ה"אינסוף" במתמטיקה. בפיזיקה, כאשר טוענים כי המרחק בין שני הגופים הוא "אינסופי", מתכוונים רק לכך שגודלם של הגופים קטן מאוד לעומת המרחק ביניהם. שימו לב, כי לא קבענו מהו גודל היחס, ולכן קביעה זו אינה מדויקת כמותית. על פי היחס בין המרחק לגדלים תתקבל גם מידת הדיוק של התוצאות: ככל שהיחס יהיה גדול יותר, תגדל גם מידת הדיוק של הטענות המבוססות על הדרישה שהיחס יהיה "אינסופי".

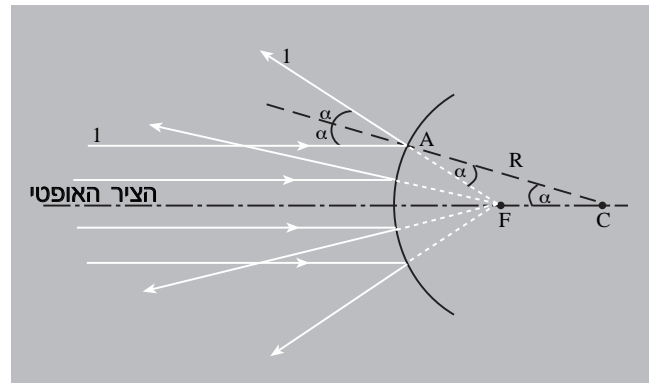
נחשב את מקומו של מוקד המראה הקמורה. נציין ב-C את מרכז הכדור שחלק משטחו הוא המראה (נקודה זו מכונה "מרכז העקמומיות של המראה") וב-R את הרדיוס שלו (איור 9-3). ברור כי כל הקווים היוצאים מ-C אל המראה ניצבים למשטח המראה, כלומר למשיק בנקודת החיתוך בין הקו למשטח. קרן 1 המקבילה לציר האופטי פוגעת במראה בנקודה A ובזווית α ביחס לרדיוס R ומוחזרת בדיוק באותה הזווית. נמשיך את הקרן המוחזרת לתוך המראה עד הפגישה עם הציר האופטי בנקודה F ונחשב את מקומה.

איור 9-3: אור מקביל לציר האופטי של מראה קמורה מוחזר כמו שנבע ממוקד המראה.

משולש AFC הוא משולש שווה שוקיים מאחר שזווית ACF שווה ל- α (זוויות מתאימות), וזווית CAF גם כן שווה ל- α (זוויות קדקדיות). עד כאן הכול מדויק. עתה כדי לקבל תוצאות פשוטות ככל שאפשר נשתמש בתנאי שכבר הזכרנו: כל הקרניים של האור הפוגע הן קרובות מאוד לציר האופטי. על פי הנחה זו, משולש AFC הופך להיות "צר" מאוד, כמעט קו ישר, ואז הצלעות השוות של המשולש מתלכדות עם הרדיוס R, ולכן $FC=R/2$. כלומר, מרחקה של F מהמראה שווה למחצית הרדיוס שלה.

החישוב שעשינו תקף לגבי כל אחת מהקרניים שאותן בחרנו (הקרניים הציריות), לכן **כל** אחת מהן תחזור מהמראה כך שהמשכה יגיע לנקודה F. זהו מוקד המראה (Focus) באנגלית).

המשמעות המעשית של מוקד המראה הקמורה היא שבמקרה שבו האור מגיע מרחוק, הצופה העומד לפני המראה יראה אותו כבוקע מנקודה המצויה **בתוך** המראה (נקודה F). מצב זה דומה לזה שקיבלנו במראה מישורית: קרני האור מוחזרות מהמראה כך שלצופה נדמה כי הן באות מנקודה מאחורי המראה. לכן הדמות הנראית במראה המישורית הוגדרה **כדמות מדומה**, והמוקד במראה קמורה מכונה **מוקד מדומה**. שתי המראות, המישורית והקמורה, יוצרות אשליה אופטית של "משהו" המצוי מאחורי המראה או בתוכה.



הרחבת המבט

שיעור הסטייה של החישוב שלנו מהתוצאה המדויקת אינו עולה על-1% עבור זוויות α הקטנות מ- 10° . עבור זוויות גדולות יותר תבלוט העובדה שנקודת המוקד אינה קיימת כנקודה אחת לכל הקרניים הפוגעות במראה במקביל לציר האופטי.

נקודת המוקד של מראה קמורה היא הנקודה שממנה נבעות, כביכול, קרני האור הציריות שהוחזרו ממנה.

במראה קמורה נמצא המוקד על הציר האופטי במרחק של מחצית מרדיוס העקמומיות של המראה.

סוגיות למחשבה ולדיון

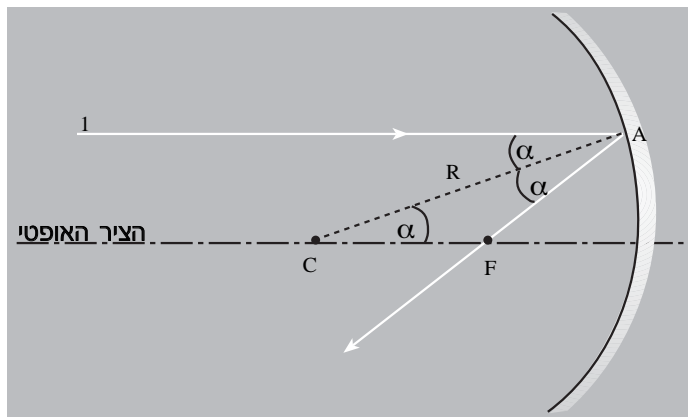
1. מדוע נקרא מוקד המראה הקמורה בשם "מוקד מדומה"?
2. השוו בין זוויות הפגיעה של שתי קרניים מקבילות הנמצאות במרחק שונה מהציר האופטי של מראה קמורה.
3. הראו באמצעות סרטוט כי ככל שהקרן מרוחקת יותר מהציר האופטי, היא תוחזר מהמראה קרוב יותר למראה ולא תעבור במוקד.
4. מה הוא היתרון בטיפול בגוף "קטן" במראה כדורית?

ג. מוקד המראה הקעורה

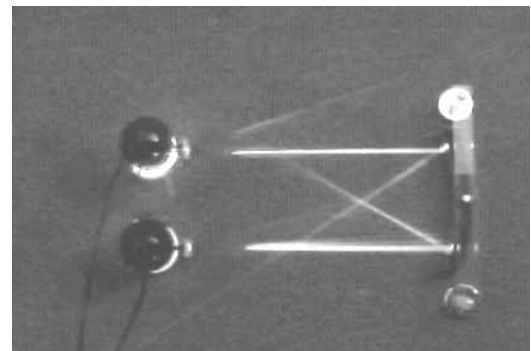
כאמור, המראה הקמורה **מפזרת** אלומת אור צרה המקבילה לציר האופטי כך שכביכול היא נובעת מנקודה בתוך המראה – נקודת המוקד. זהו הרושם שמקבל הצופה במראה. לעומת זאת מצליחה המראה הקעורה למקד **ממש** אלומת אור מאותו סוג. כלומר, לאחר ההחזרה יעבור האור דרך נקודה אחת המכונה **מוקד ממשי**. האור עובר דרך נקודת זו באופן פיזי ולא כאשליה.

נחשב את מקום המוקד של המראה הקעורה בדומה לחישוב מקום המוקד במראה קמורה (איור 9-4). קרן אור 1 מקבילה לציר האופטי ופוגעת במשטח המראה בזווית פגיעה α ומוחזרת ממנו באותה הזווית. $\angle FCA = \alpha$ (זוויות מתחלפות), ולכן $\angle FCA = \angle FAC = \alpha$. מכאן שמשולש FCA הוא משולש שווה שוקיים. שוב נייעזר בעובדה שהאור הפוגע הוא קרוב מאוד לציר האופטי ומקביל לו, ונסיק שמשולש FCA צר מאוד, כמעט קו ישר המתלכד עם הרדיוס. מכאן נובע שמרחק F מהמראה הוא $R/2$. המסקנה:

במראה קמורה המוקד נמצא על הציר האופטי במרחק של מחצית מרדיוס העקמומיות של המראה.



איור 9-4: מציאת המוקד של מראה קעורה.



שתי קרני אור מקבילות מצטלבות במוקד לאחר החזרה ממראה קעורה.

נקודת המוקד של מראה קעורה היא הנקודה שבה מתמקדות הקרניים הציריות המוחזרות מהמראה.



כפי שרואים, המשטח העקמומי של המראה הכדורית מעניק לה תכונה ייחודית: היכולת לרכז את האור הפוגע בה (מראה קעורה) או לפזר אותו (מראה קמורה). בשני סוגי המראות נמצאים המוקדים על הציר האופטי במרחק של מחצית הרדיוס:

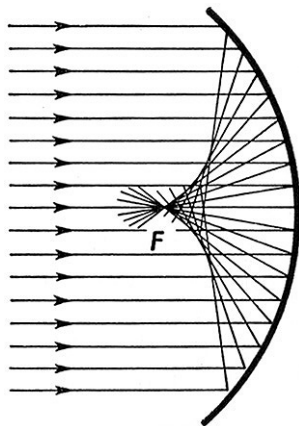
$$f = \frac{R}{2}$$

את מרחק המוקד מהמראה ("אורך המוקד") נסמן באות f ואת נקודת המוקד עצמה – באות F .



ד. הסטייה הכדורית ותיקונה

המסקנה שאלומת אור מקבילה תתמקד בנקודת מוקד במרחק $f=R/2$, נתקבלה רק כשהגבלנו את הטיפול לקרניים ציריות, כלומר לאור הקרוב לציר האופטי של המראה. קרניים מקבילות לציר האופטי אך מרוחקות ממנו, אינן מוחזרות דרך המוקד. איבוד תכונה זו של התמקדות האור במראה מכונה **סטייה כדורית** [spherical aberration]. בעקבות הסטייה הכדורית האור מתרכז באזור נרחב שגודלו גדל כאשר המראה גדולה יותר (איור 9-5).



איור 9-5: סטייה כדורית. אלומות אור מקבילות לציר האופטי של המראה מוחזרות ממנה, אך אינן עוברות דרך נקודה אחת. במקרה זה מתקבל "אזור המוקד" במקום "נקודת המוקד".

מובן שירידה במיקוד האור גורמת להפחתה במידת החימום שניתן להפיק ממראה מרכזת. הידע של חוק ההחזרה הופך את החיפוש אחר צורת מראה יעילה יותר בריכוז האור לבעיה מתמטית מעניינת: יש למצוא צורת משטח שיחזיר את כל האור לנקודה שתשמש כמוקד. אפולוניוס מפרגה שבאנטליה, מתמטיקאי הלניסטי ידוע, פתר את הבעיה. התחלנו ממראה כדורית, שחתכה עיגול. מתברר שמעגל שייך למשפחת עקומות נוספות: הפרבולה, האליפסה וההיפרבולה. לכן אם גילינו תכונה מסוימת של המראה הכדורית, כדאי לנסות ולבדוק את אותה התכונה גם אצל עקומות אחרות במשפחה. כך עשה אפולוניוס, ומצא כי מראה בעלת חתך של פרבולה פותרת את בעיית הסטייה הכדורית.

גם בחישוב המוקד של מראה קעורה אנו מגבילים את עצמנו לאור מקביל וקרוב לציר האופטי. קרניים המרוחקות מהציר האופטי לא יוחזרו דרך המוקד. ככל שהקרן מרוחקת יותר מהציר, היא תחזור דרך נקודה על הציר האופטי הקרובה אל המראה יותר מאשר אל נקודת המוקד.

סוגיות למחשבה ולדיון



1. השוו בין זוויות הפגיעה של שתי קרניים הפוגעות במראה קעורה, במקביל לציר האופטי והמרוחקות ממנו במידה שונה.
2. הראו כי ככל שהאלומה מרוחקת יותר מהציר האופטי, היא תוחזר דרך נקודה על הציר הקרובה יותר למראה.
3. ניסוי: השתמשו במראה קעורה כדי למקד את אור השמש על משטח לבן. שנו את המרחק בין המראה ובין המשטח. מה מתקבל על המסך? מה הסיבה לכך?
4. סרטטו איור מתאים כדי להסביר את התופעה שנתגלתה בניסוי הקודם.
5. היעזרו באותו הניסוי כדי לקבוע את מרחק המוקד של המראה הקעורה.
6. חזרו על הניסוי (שבשאלה 3) עם מראה קמורה. מה התגלה הפעם? מה הסיבה לכך?
7. האם ניתן למדוד את אורך המוקד של מראה קמורה בעזרת ניסוי דומה לזה שעשיתם במראה קעורה? נמקו.

הרחבת המבט



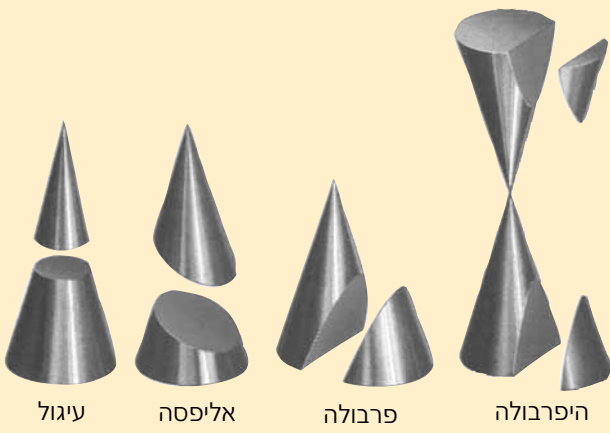
מראה מישורית יכולה להיחשב כמראה כדורית בעלת רדיוס עקמומיות גדול ביותר, אינסופי. לפיכך כאשר אלומת אור מקבילה פוגעת במראה מישורית, מקום המפגש של הקרניים הוא באינסוף (במוקד שלה), כלומר אלומת האור המוחזרת מהמראה נשארת מקבילה.

מראה פרבולית (איור 9-6) יכולה לרכז כל אלומה המקבילה לציר האופטי בנקודה אחת (המוקד שלה) ללא תלות בקרבתה לציר. לפיכך קרניים 1, 2, 3 תעבורנה כולן דרך המוקד. את ההוכחה המודרנית לתכונה זאת לומדים במסגרת שיעורי מתמטיקה, ולכן לא נחזור עליה. (ניתן למצאה בספר "גאומטריה אנליטית", בהוצאת המרכז להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית בירושלים, תשנ"ח, עמ' 54.)

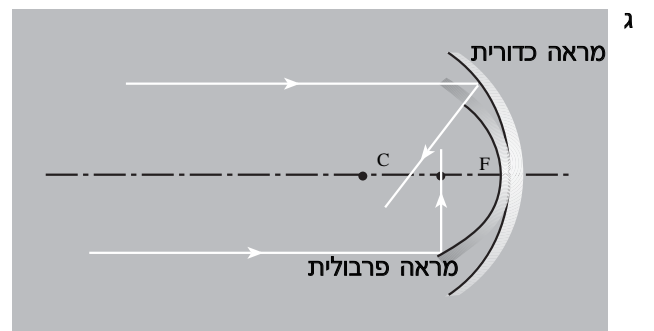
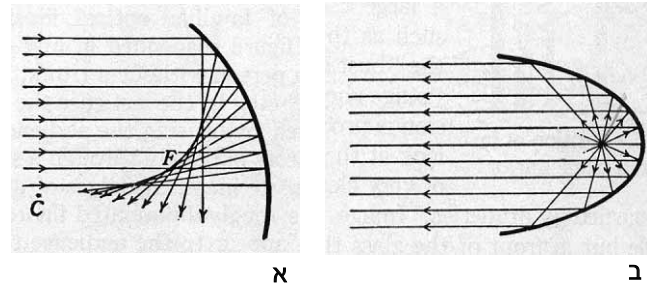
מבט אל העבר



אפולוניוס [Apollonius] מפרגה שבאנטליה (190-292 לפנה"ס) היה אחד המתמטיקאים המבריקים בתקופה ההלניסטית. הוא הגיע בצעירותו לאלכסנדריה ונשאר שם כל חייו, בתחילה כתלמיד ולאחר מכן כמורה וכמדען. אפולוניוס למד מתלמידיו של אוקלידס. הספר המפורסם שלו (Conics) מתאר כיצד חתכים של חרוט יוצרים משפחה של עקומות הדומות זו לזו בתכונותיהן: המעגל, האליפסה, הפרבולה וההיפרבולה. אפולוניוס גם פיתח מודל מפורסם שאותו אימץ לאחר מכן תלמי לתיאור תנועת גרמי השמים.



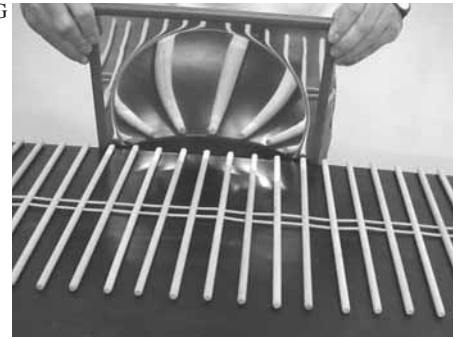
במראה פרבולית אין סטייה כדורית.



איור 9-6: (א) המראה הכדורית אינה ממקדת את כל האור המגיע אליה; (ב) המראה הפרבולית ממקדת את כל האור המגיע אליה במקביל לציר האופטי בנקודה אחת - המוקד; (ג) השוואה בין מראה פרבולית למראה כדורית. קרן המרוחקת מהציר האופטי אינה מוחזרת דרך מוקד המראה הכדורית, אך עוברת דרך מוקד המראה הפרבולית.



IG



IG

קווים מקבילים (מקלות עץ מסודרים) כפי שמשתקפים במראה קעורה, מימין ובמראה קמורה, משמאל.

הסיפור המיוחס ל**ארכימדס** על שרפת אניות המלחמה הרומיות בעזרת ריכוז אור השמש המשיך להסעיר את דמיון המדענים זמן רב לאחר מותו. אנטמיוס מטראל, אדריכל ומהנדס מהמפורסמים ביותר במאה ה-6, תקופת האימפריה הביזנטית (התפרסם הודות לבניית הקתדרלה בקונסטנטינופול, כיום איסטנבול), היה גם מתמטיקאי. הוא התעמק בסיפור השרפה של ארכימדס וכתב ספר בשם "על המראות השורפות". בספרו כתב וגם הוכיח כי: "קרניים מקבילות תחזורנה לנקודה אחת באמצעות מראה פרבולית. נקודה זו היא נקודת המוקד של המראה."
אל-קינדי, המדען הערבי בעל הרעיון של פיזור אור מגופים, המשיך גם הוא להתעניין בנושא. בכתביו אנו מוצאים גישה מדעית רצינית וביקורתית באשר לטענות של אנטמיוס על האפשרות להבעיר אניות באמצעות מראה הממקדת את האור. וכך הוא כתב:

"אל לו לאנטמיוס לקבל טענות ללא הוכחה. הוא אומר לנו כיצד ניתן לבנות מראה שממנה מוחזרות עשרים וארבע קרניים לנקודה אחת, בלי להראות כיצד ניתן לקבוע את המקום שבו **מתאחדות** הקרניים במרחק נתון ממרכז המראה. אנו, לעומת זאת, תיארונו זאת עם מרב העדויות שיכולנו להביא והצלחנו למלא את החסר..."

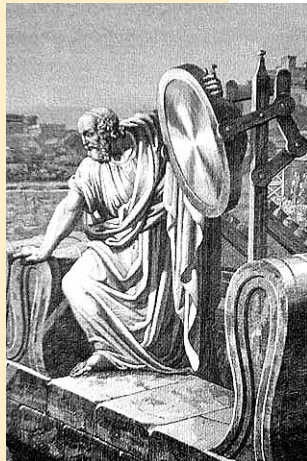
ה. שימושים במראות מרכזות

במאה ה-17 המשיכו המדענים לגלות עניין בבניית מראות היכולות לחמם חימום רב. ברור היה כי גודל שטח הפנים של המראה הוא גורם מכריע לצורך החימום: ככל ששטחה של המראה גדול יותר, כך גדלה כמות האור שתרוכז ותחמם את המוקד. כדי לפשט את תהליך הייצור הרכיבו את המראה העקומה ממראות מישוריות רבות, זו דרך נוחה ביותר ליצירת מראות עקומות גדולות. בדרך זו בנה מדען צרפתי ג'ורג' בופון בשנת 1740 מערכת של 400 מראות מישוריות ריבועיות בעלות צלע של 15 ס"מ כל אחת. לאחר ריכוז האור במראה זו הצליחו להבעיר אש בעצים ואף למוסס גושי עופרת ובדיל שהוצבו במרחק ממנה.

מבט אל העבר



אין ספק כי ארכימדס הרשים עד מאוד את בני עירו (ולא פחות את הכובשים הרומיים, אשר צרו על העיר במשך שלוש שנים), ובעקבות זאת הפך לדמות אגדית בהיסטוריה של האנושות. ארכימדס לא רק שרף אניות בעזרת מראות, אלא גם תיכנן כלי מלחמה אימתניים, כמו מנופים ענקיים שמוקמו על חומות העיר. אלה תפסו את אניות המלחמה הרומיות והטביעו אותן. מעניין כי הישגים אלה של ארכימדס בהנדסת מלחמה קשורים ישירות להצלחותיו בתחומי המחקר שבהם עסק: תכונות האור ופעולת המנוף. במשך מאות שנים הנציחו ציירים רבים את ארכימדס ואת המכונות שהמציא.



מבט אל העבר



המצאותיו הגאוניות של ארכימדס אמנם הפחידו לא מעט את הכובשים הרומים, אך הן לא הצליחו לשנות את יחס הכוחות הלוחמים: בסופו של דבר נפלה סירקוז עירו של ארכימדס. חיילים רומים שרפו את העיר והרגו את תושביה. אירוע מותו של ארכימדס הפך לאגדה שבה הוא מתואר כמדען המסור לעיסוקו המדעי יותר מכול: רגע לפני שחייל רומי הניף את חרבו כדי להרגו, פנה אליו ארכימדס בבקשה לא להרוס את הסרטוט שסרטט על החול...

בכפוף לדיני זכויות יוצרים הוסרה התמונה.
להלן פרטיה וכתובת לצפות בה:

[http://www.notes.co.il/shimon/
user/DeathSlide35.jpg](http://www.notes.co.il/shimon/user/DeathSlide35.jpg)

ארכימדס לפני מותו

מבט אל העבר



כדי לשרוף אניות השטות הרחק מהחוף (כפי שמתואר בציור עתיק), זקוק היה ארכימדס למראה גדולת ממדים. דרישה זו פוסלת את האפשרות שהשתמש במראה כדורית (עקב הסטייה הכדורית). רנה דקארט, פילוסוף ומדען צרפתי מהמאה ה-17, הטיל ספק באמיתות הסיפור על ארכימדס. קרוב לוודאי התבסס דקארט על הידע בדבר קיום הסטייה הכדורית.

אטנסיוס קירצ'ר (1601-1680), בן תקופתו של דקארט, הכיר את תכונתה של המראה הפרבולית. הוא נסע לסיציליה לעיר סירקוז, עירו של ארכימדס, וצירף מראות מישוריות רבות למבנה קעור הקרוב לצורת פרבולה. קירצ'ר הצליח להבעיר אש בסירה שעגנה בנמל במרחק של כ-30 מטר מהחוף. ניסיון נוסף להוכיח את אמיתות הסיפור נעשה ביוון בשנת 1973 על ידי סאקס וסטמאטיס. גם ניסיון זה היה מוצלח. בניסוי זה הוצתה אניית עץ שעגנה במרחק כ-50 מטר מהחוף.



בכפוף לדיני זכויות יוצרים הוסרה התמונה. להלן תמונות דומות וכתובות לצפות בהן:

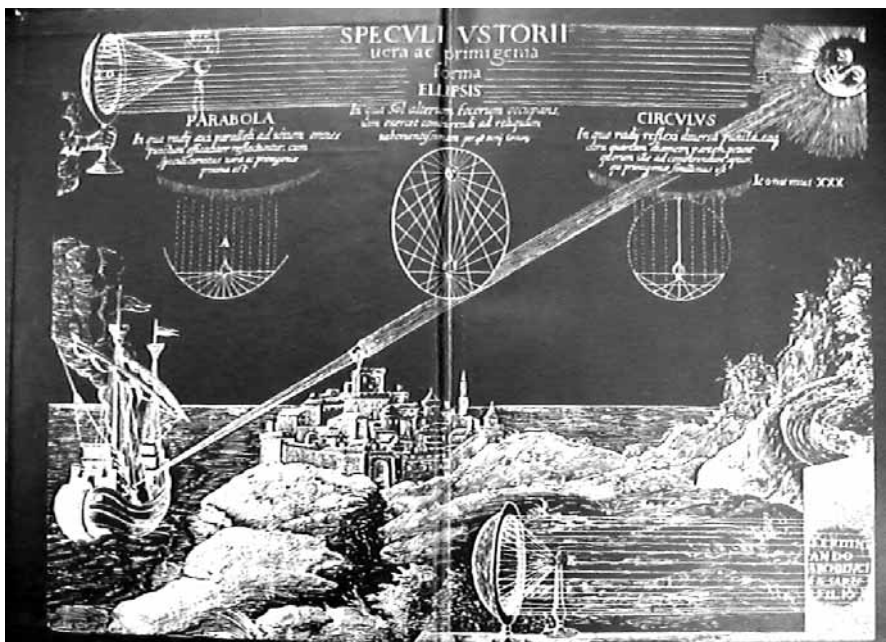
תרשים של ההגנה על סירקוז

[http://www.mlahanas.de/Greeks/
images/Mirrors.jpg](http://www.mlahanas.de/Greeks/images/Mirrors.jpg)

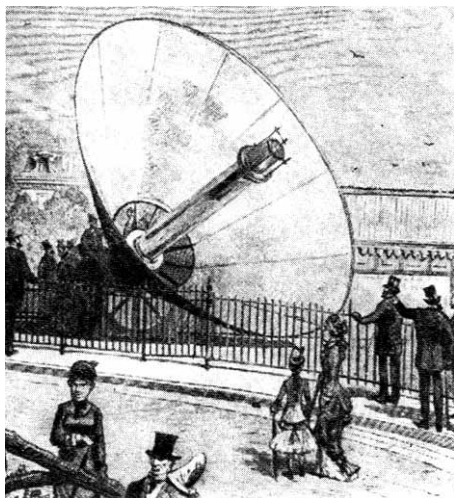
ציור קיר של ג'וליו פאריגי, 1600

[http://www.mcs.drexel.edu/~crorres/Archi
medes/Mirrors/MirrorMed.jpg](http://www.mcs.drexel.edu/~crorres/Archimededes/Mirrors/MirrorMed.jpg)

יכולתה של המראה הפרבולית לרכז את האור מיושמת לשימושים רבים ומגוונים גם כיום. למשל, במתקנים להפקת חשמל מאנרגיית השמש משתמשים במראות פרבוליות לחימום מים בתוך צינור העובר דרך אזור המוקד. מים אלה רותחים ומניעים את הטורבינה שמפיקה חשמל.



בתמונה זו, גם היא מספר אופטיקה ישן, רואים אנו סוגים שונים של מראות עקומות ומהלך קרני האור בהן. הכול על רקע אותו אירוע אגדי - הגנת סירקוז.



איור 9-7: מראה פרבולית בקוטר של כעשרה מטרים לריכוז אור השמש בציור משנת 1878.

הרחבת המבט



עוצמת ההארה E מוגדרת ככמות אנרגיית האור הנופלת על יחידת שטח ביחידת הזמן. בפרק האחרון של הספר נגדיר במדויק את מושג ההארה, המיוצג מתמטית בנוסחה הבאה:

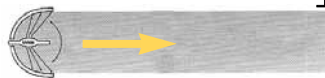
$$E = \frac{\phi}{A}$$

כאשר ϕ - שטף האור, ו- A - גודל השטח המואר. ככל ששטף האור גדול יותר והשטח הקולט אותו קטן יותר, כך גדלה עוצמת ההארה ולכן גם מידת החימום של השטח. מכאן ברור יתרונה של המראה הפרבולית על פני המראה הכדורית בריכוז כמות אור גדולה על שטח קטן ביותר.

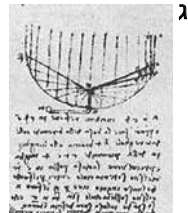
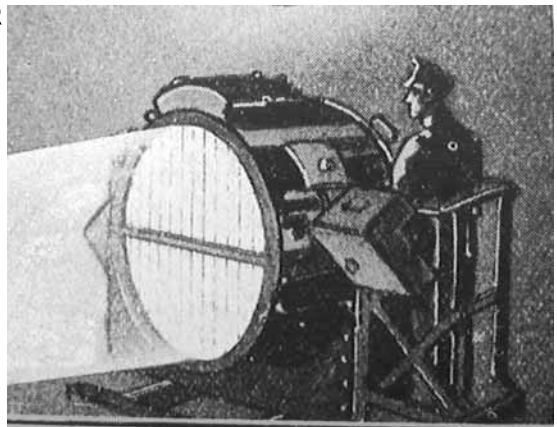
גם בניסויים מדעיים יש צורך ליצור טמפרטורות גבוהות. אחת הדרכים להשיג זאת היא לרכז את אור השמש. לשם כך הוקם במכון וייצמן למדע מבנה מיוחד, המכוסה במראות קטנות רבות אשר יחד יוצרות מראה פרבולית ענקית (איור 9-8). מוקד המראה, בו מتركז אור השמש, נמצא בתוך מעבדה בה מבצעים ניסויים הדורשים טמפרטורות גבוהות. שימוש חשוב נוסף של המראה הפרבולית מתבסס על תכונת ה**הפיכות** של מסלול האור, שנלמדה בנושא חוק ההחזרה. אם המראה הפרבולית מצליחה לרכז את אלומת האור המגיעה אליה בנקודת המוקד, היא גם תצליח ל**יצור** אלומת אור מקבילה לציר האופטי, כשנציב מקור אור בנקודת המוקד. תכונה זו מאפשרת ליצור אלומת אור ישרה במכשירים שונים: פנסי תאורה, מטול שקפים, מקרנת סרטים, זרקור וכדומה (איור 9-9א). מניחים את הנורה במוקד של מחזיר אור שצורתו מראה פרבולית, והאור יוצא ממנה כאלומה המקבילה לציר האופטי (איור 9-9ב).



איור 9-8: מראה סולרית מרכזת אור המשמשת לצרכים מדעיים. מוקד המראה נמצא בתוך המעבדה, שם משתמשים באנרגיית האור המרוכזת. הטמפרטורה שניתן להגיע אליה במתקן זה היא כ- $3,800^{\circ}$ צלסיוס.



איור 9-9: (א) זרקור מתקופת מלחמת העולם הראשונה; (ב) במוקד המראה נמצא מקור אור ואלומה ישרה נפלטת מהזרקור; (ג) בכתביו של לאונרדו אנו מוצאים רישום זה המעיד על כך שחשב על המכשיר שאנו מכנים כיום זרקור.



הרחבת המבט



האנטנות המשמשות לשידור או לקליטה של גלים אלקטרו-מגנטיים אינן מראות אופטיות, אך עקרון ההחזרה של האור (שוויון זוויות הפגיעה והחזרה) חל גם עליהן. השיקולים שהופעלו בחיפוש המשטח המתאים להחזר ולריכוז אור (משטח פרבולוי) תקפים גם לצורת הקולט-משדר של גלים אלקטרו-מגנטיים, כמו גלי רדיו. כאלו הן "אנטנות צלחת". אנטנה כזו אינה אלא משטח פרבולוי המחזיר לכיוון המוקד את הקרינה המגיעה אליו ממרחק רב. שם, במוקד האנטנה, מצוי הקולט או המשדר.



1. מראות אחרות

ומה באשר למראות הבנויות מעקומות אחרות? נזכיר את תכונתה של **המראה האליפטית** לרכז את האור הנובע ממקור נקודתי. כשמקור האור קרוב מאוד למראה, לא תצליח המראה הפרבולית לרכז את האור בנקודה (האור כבר אינו מגיע כאלומה המקבילה לציר האופטי), לעומת זאת המראה האליפטית מצליחה לעשות זאת. כך מגדיר את בעיית מיקוד האור ואת המטרה **אנטמיס** מטרל, מדען ביזנטי:

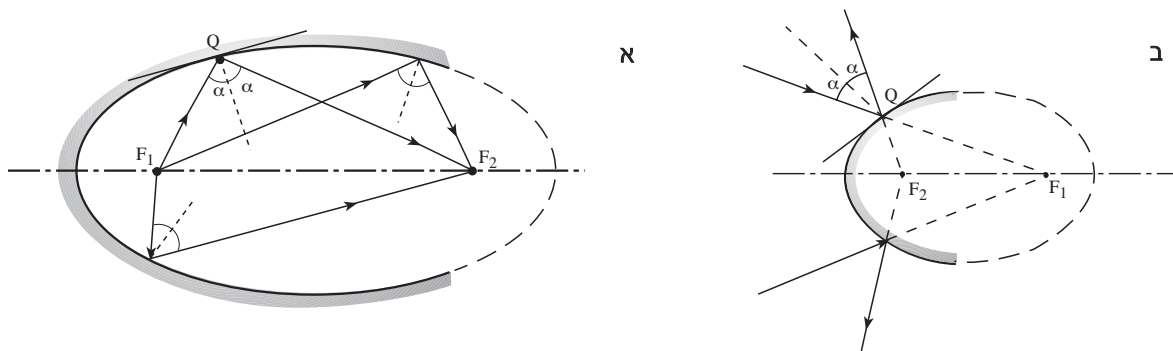
”...יש לרכז את קרני השמש (החודרות דרך פתח קטן או חלון) בעזרת המראה, כך שהן תעבורנה דרך מקום נתון ללא תזוזה של המראה בכל שעה או עונה.”

ניסוח זה מגדיר למעשה (“הגדרה אופרציונלית”) את הצורה הגאומטרית הנקראת “אליפסה”, והפתרון לבעיה של אנטמיס הוא מראה אליפטית **קעורה**: אם נציב את המראה כך שמוקד אחד שלה מצוי בפתח הקטן שדרכו נכנס האור – יתמקד האור במוקד השני בכל רגע ורגע. כלומר, עקומה אליפטית היא המקום הגאומטרי שבו כל הקרניים היוצאות ממוקד אחד תוחזרנה (על פי חוק ההחזרה) ותתמקדנה במוקד השני (הגדרה זו היא “הגדרה נומינלית”) (איור 9–10א). אנטמיס הבין שתכונה זו פותרת את בעיית מיקוד האור שהגדיר. מובן שלכל צמד של נקודת מקור ונקודת מוקד נצטרך להתאים אליפסה אחרת, זאת משום שהמרחק בין מוקדי האליפסה משתנה. מראה אליפטית יכולה להיות גם **קמורה** (איור 9–10ב): במקרה זה האור המכוון למוקד F_1 יוחזר מהמראה כאילו בא מהמוקד F_2 . במקרה מיוחד זה ניתן לכנות את F_2 כמקור אור מדומה.

מראה אליפטית קעורה ממקדת אור המגיע ממקור נקודתי ממשי.
מראה אליפטית קמורה אינה ממקדת את האור, אך יכולה ליצור מקור אור מדומה.



במתמטיקה מגדירים את האליפסה בדרך אחרת ואז התכונה של אליפסה שהצגנו הופכת להיות משפט שיש להוכיחו. על כך לומדים במסגרת שיעורי המתמטיקה, ולכן לא נחזור עליה כאן. (ניתן לעיין בספר “גאומטריה אנליטית” בהוצאת המרכז להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית בירושלים, תשנ”ח, עמ’ 73).



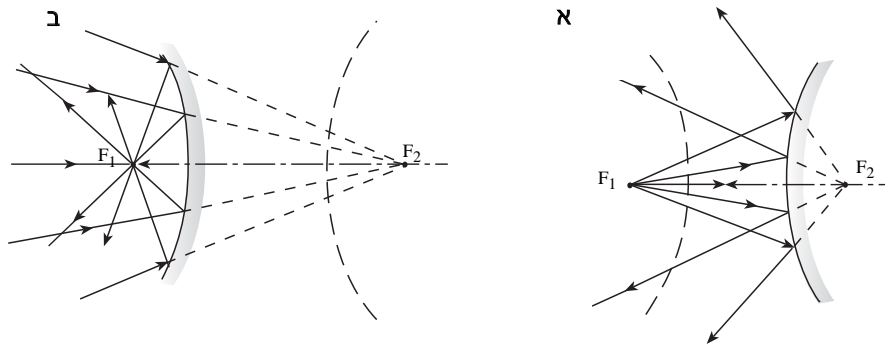
איור 9–10: מראה אליפטית. (א) מראה אליפטית קעורה (ציפוי פנימי). האור הנובע ממקור נקודתי הנמצא במוקד אחד של האליפסה F_1 מתמקד כולו במוקד השני F_2 (כדאי לזכור כי זוויות הפגיעה וההחזרה נמדדות ביחס למשיק לאליפסה בנקודת הפגיעה – נקודה Q); (ב) מראה אליפטית קמורה (ציפוי חיצוני). האור המכוון אל מוקד אחד של המראה F_1 יוחזר ממנה כאילו נבע מהמוקד השני F_2 .

גם במראה היפרבולית מתגלה תכונה מעניינת בריכוז אור הנובע ממקור אור נקודתי. כידוע, עקומת ההיפרבולה מורכבת משני חלקים שאינם מחוברים זה לזה. נבחן את המקרה שהציפוי מחזיר האור מכסה את החלק הציפוי של אחד מחלקי ההיפרבולה. ברור, כי מדובר במראה קמורה. נניח מקור אור קטן במוקד אחד של ההיפרבולה (F_1 באיור 9-11א). כל קרן היוצאת ממוקד זה מוחזרת מפני המראה כך שלצופה תיראה הדמות המדומה של המקור כשהיא ממוקמת במוקד השני של ההיפרבולה, F_2 . כלומר המשכי הקרניים המוחזרות מהמראה יעברו דרך המוקד השני של ההיפרבולה. מראה היפרבולית יכולה להיות גם קעורה. במקרה זה החזרת האור של המראה משתנה (איור 9-11ב): כל אור המכוון לכיוון המוקד F_2 יחזור מהמראה כך שיעבור דרך מוקד F_1 .

מראה היפרבולית קמורה יוצרת במוקד אחד דמות מדומה של מקור המצוי במוקד השני.
מראה היפרבולית קעורה ממקדת אור המכוון למוקד אחד - במוקד השני.



גם במקרה זה לא נחזור על ההוכחה המתמטית, כי היא נלמדת בשיעורי מתמטיקה (ניתן לעיין בספר "גאומטריה אנליטית" בהוצאת המרכז להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית בירושלים, תשנ"ח, עמ' 87-88).

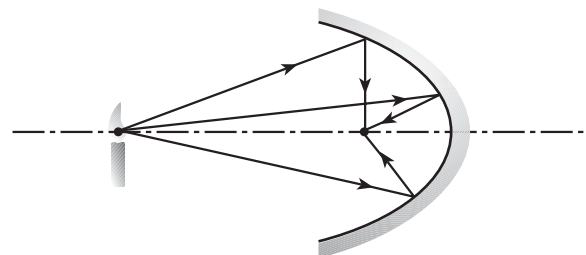


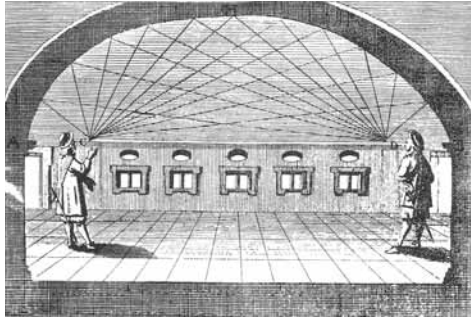
איור 9-11: (א) מראה היפרבולית קמורה (ציפוי חיצוני). האור המגיע ממקור נקודתי הנמצא במוקד הרחוק של ההיפרבולה F_1 מתפזר כך שנדמה כי יצא מהמוקד הקרוב של F_2 . (ב) מראה היפרבולית קעורה (ציפוי פנימי). אור המכוון למוקד הרחוק F_2 של המראה יתמקד, לאחר ההחזרה במראה, במוקד הקרוב - F_1 .

הרחבת המבט



מראה פרבולית יכולה להיחשב כמראה אליפטית בעלת מרחק גדול מאוד (אינסופי) בין המוקדים. לכן אם המטרה היא למקד את האור של מקור ההולך ומתקרב מאינסוף אל המראה, יש להחליף את המראה הפרבולית באליפטית. כך ניתן יהיה להמשיך ולרכז את האור הנובע מהמקור בנקודת מוקד אחת קבועה לאחר החזרתו מהמראה.





IG

סוגיות למחשבה ולדיון



1. מהו ההבדל בין מראה פרבולית למראה כדורית קעורה?
2. מהי התכונה המיוחדת של המראה הפרבולית ומהם שימושיה?
3. מהם הגורמים העיקריים המשפיעים על כמות החום המופק במוקד של מראה קעורה?
4. מהי התכונה המיוחדת של המראה אליפטית ומהם שימושיה?
5. מהו ההבדל בין מראה פרבולית למראה אליפטית?
6. מהי תכונתה המיוחדת של המראה ההיפרבולית?
7. האם מראה אליפטית (קעורה וקמורה) ממקדת את האור? הסבירו.
8. האם מראה היפרבולית (קעורה וקמורה) ממקדת את האור? הסבירו.
9. האם מראה פרבולית (קעורה וקמורה) ממקדת את האור? הסבירו.
10. מה פירוש המושג "מקור מדומה"? באילו מקרים ניתן להשתמש בו?
11. באילו מראות השתמשו תושבי סירקוז כדי לשרוף את אניות הרומאים?

עיקרי הדברים שנלמדו בפרק זה



- המראה הכדורית היא הפשוטה ביותר מבין המראות העקומות ויש לה תכונות שונות מתכונות המראה השטוחה.
- המראה הכדורית יכולה להיות מרכזת ומפזרת בהתאם לצד המשטח המצופה בחומר המחזיר את האור.
- המראה הקעורה היא מראה מרכזת. מראה זו ממקדת את האור הפוגע בה בנקודת המוקד, בתנאי שהאור הפוגע הוא אלומה צרה ומקבילה לציר האופטי.
- המראה הקמורה היא מראה מפזרת. אלומה צרה של אור המקבילה לציר האופטי של המראה, מתפזרת כך שנדמה כי האור יצא מנקודה אחת – מהמוקד המדומה.
- בנוסף למראות כדוריות יש מראות אחרות השייכות לאותה המשפחה: פרבולית, אליפטית והיפרבולית, ויש להן תכונות שונות ומעניינות של ריכוז האור.
- יכולתן של המראות העקומות למקד את האור הפוגע בהן או לפזר אותן מאפשרת לנצלן לצרכים טכנולוגיים ומדעיים שונים. האדם מפיק תועלת מרובה מידע זה.

